Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$0,5+10\cdot(1-0,75)=0,5+10\cdot 0,25=$	**2p**
	$=0,5+2,5=3$	**3p**
2.	$f(m)=2m-1$, pentru orice număr real m	**2p**
	$g(-m)=-m+1 \Rightarrow f(m)+g(-m)=2m-1-m+1=m$, pentru orice număr real m	**3p**
3.	$x^2+6=5x$, deci $x^2-5x+6=0$	**2p**
	$x=2$ sau $x=3$, care convin	**3p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 5 divizori ai lui 30, deci sunt 5 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{5}{9}$	**3p**
5.	$m_{AB}=1$	**2p**
	$m_{BC}=-1 \Rightarrow m_{AB}\cdot m_{BC}=-1$, deci triunghiul ABC este dreptunghic în B	**3p**
6.	$\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$, $\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$E\left(\frac{\pi}{3}\right)=3\cdot\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=0$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(6)=\begin{pmatrix}6 & -12\\ 1 & 0\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(6))=\begin{vmatrix}6 & -12\\ 1 & 0\end{vmatrix}=6\cdot 0-(-12)\cdot 1=$	**3p**
	$=0+12=12$	**2p**
b)	$A(4)=\begin{pmatrix}4 & -8\\ 1 & -2\end{pmatrix}$, $A(4)\cdot A(4)=\begin{pmatrix}8 & -16\\ 2 & -4\end{pmatrix}=2A(4)$	**3p**
	$aA(4)=2A(4)$, de unde obținem $a=2$	**2p**
c)	$A(m)+A(n)=\begin{pmatrix}m+n & -2m-2n\\ 2 & m+n-12\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(m)+A(n))=(m+n)(m+n-8)$, pentru orice numere naturale nenule m și n	**2p**
	$(m+n)(m+n-8)=0$ și, cum m și n sunt numere naturale nenule, cu $m<n$, obținem perechile $(1,7)$, $(2,6)$ și $(3,5)$	**3p**
2.a)	$1*3=1\cdot 3(1+3-1\cdot 3)=$	**3p**
	$=3\cdot 1=3$	**2p**
b)	$x*2=2x(2-x)$, pentru orice număr real x	**2p**
	$2x(2-x)=-x^2$, de unde obținem $x=0$ sau $x=4$	**3p**

c)	$\frac{1}{2m} * m = \frac{2m^2 - m + 1}{4m}$, pentru orice număr real nenul m	**2p**
	$\frac{2m^2 - m + 1}{4m} = m$, deci $2m^2 + m - 1 = 0$ și, cum m este număr întreg nenul, obținem $m = -1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \frac{2x \cdot x - \left(x^2 - 2\right)}{x^2} - \frac{3}{x} =$	**3p**
	$= \frac{x^2 + 2}{x^2} - \frac{3}{x} = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x) + 3\ln x}{x + 1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 2}{x^2 + x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2\left(1 - \frac{2}{x^2}\right)}{x^2\left(1 + \frac{1}{x}\right)} =$	**3p**
	$= \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{1}{x}} = 1$	**2p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ sau $x = 2$; pentru orice $x \in (0,1]$, $f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(0,1]$ și pentru orice $x \in [1,2]$, $f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1,2]$, de unde obținem $f(x) \leq f(1)$, pentru orice $x \in (0,2]$	**3p**
	$f(1) = -1$, deci $\frac{x^2 - 2}{x} - 3\ln x \leq -1$, de unde obținem $\frac{x^2 + x - 2}{x} \leq 3\ln x$, pentru orice $x \in (0,2]$	**2p**
2.a)	$\int\limits_0^2 \left(f(x) - x^3\right)dx = \int\limits_0^2 (x+1)\,dx = \left.\left(\frac{x^2}{2} + x\right)\right\vert_0^2 =$	**3p**
	$= \frac{2^2}{2} + 2 = 4$	**2p**
b)	$\int\limits_0^1 \frac{x^2}{f(x) - x}dx = \int\limits_0^1 \frac{x^2}{x^3 + 1}dx = \frac{1}{3}\int\limits_0^1 \frac{\left(x^3 + 1\right)'}{x^3 + 1}dx = \left.\frac{1}{3}\ln\left(x^3 + 1\right)\right\vert_0^1 =$	**3p**
	$= \frac{\ln 2}{3} - \frac{\ln 1}{3} = \frac{\ln 2}{3}$	**2p**
c)	$\int\limits_a^0 e^{-x}\left(f'(x) - f(x)\right)dx = \int\limits_a^0 \left(e^{-x} f(x)\right)' dx = \left. e^{-x} f(x)\right\vert_a^0 = 1 - e^{-a}\left(a^3 + a + 1\right)$, unde $a \in (-\infty, 0)$	**3p**
	$1 - e^{-a}\left(a^3 + a + 1\right) = 1 - a^3 e^{-a}$, de unde obținem $a = -1$, care convine	**2p**